전자기학을 위한 맥스웰방정식

2019. 10.

한국전기연구원 정진교

E-mail : jkchong@keri.re.kr

Blog : <http://blog.daum.net/chongjinkyoo>

목 차

1. 선속(flux)
2. 전기의 세기 $\vec{E}$ 그리고 가우스 법칙
3. 자속밀도 $\vec{B}$ 그리고 암페어 법칙
4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation)
5. 보조방정식
6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식
7. OP-Amp를 이용한 인덕턴스 회로

1. 선속(flux)

- 장(field)이라는 물리적 현상을 수학의 함수(function)이론으로 표현하기 위하여 도입하는 개념
- ‘흐름’이라는 뜻의 라틴어 ‘fluxus’와 ‘fluere’에서 유래
- 아이작 뉴턴이 제시한 ‘유율법(Method of Fluxions)’이라고 하는 미적분학의 개념에서 처음으로 사용

- 주어진 면을 통과하는 화살표의 양을 의미
- 단위면적을 통과하는 화살표의 개수가 선속밀도를 의미

2. 전기의 세기 $\vec{E}$ 그리고 가우스법칙

- 쿨롱의 법칙(Coulomb's law)

$$F = k \frac{q_1 \times q_2}{r^2}$$

k 는 쿨롱 상수

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.98755 \times 10^9 [Nm^2/C^2]$$

q_1, q_2 는 전하의 크기

r 은 두 전하 사이의 거리

- 전기의 세기

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_t} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- 가우스 법칙(Gauss's law) : 어떤 폐곡면을 통과하는 선속의 내적적분은 그 폐곡면이 감싸고 있는 내부의 총 전하량을 ϵ_0 로 나눈 것이다.

2. 전계의 세기 $\vec{E}$ 그리고 가우스법칙

● 가우스법칙(Gauss Law)

그림과 같은 구좌표계를 적용하여 반경 r 인 구에서 미소면 $d\vec{A}$ 를 계산하기 위한 수식을 정리하면 다음과 같다.

$$d\vec{A} = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, \hat{r}$$

미소면을 통과하는 알짜(net) 전기선속을 계산하면 다음과 같다.

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \, dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} (r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi)$$

$$d\phi_E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

전체의 폐곡면을 통과하는 총 전기선속을 계산하여 정리하면 다음과 같다.

$$\phi_E = \oiint_s \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$\phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

2. 전기장의 세기 $\vec{E}$ 그리고 가우스법칙

전기장 벡터 $\vec{E}$ 와 전속밀도 $\vec{D}$ 에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

참조 : 5절 보조방정식

위의 식을 이용하면 가우스 법칙은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

이러한 가우스 법칙에 발산정리를 적용하면 다음과 같은 맥스웰(maxwell) 방정식이 유도된다.

$$\vec{D} \text{의 발산} = \text{div } \vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \lim_{dv \rightarrow 0} \frac{\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s}}{dv}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \lim_{dv \rightarrow 0} \frac{\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s}}{dv} = \lim_{dv \rightarrow 0} \frac{Q}{dv} = \rho_v$$

폐곡면을 구성하는 미소체적의 크기를 0으로 접근시키면 체적내부에 존재하는 전하량 + Q는 체적 전하밀도 ρ_v 가 된다는 것이 가우스-발산정리이다.

3. 자속밀도 $\vec{B}$ 그리고 암페어법칙

- 전류와 자기장 사이에는 다음과 같은 관계가 성립

$$\vec{dB} \propto i$$

$$\vec{dB} \propto dl$$

$$\vec{dB} \propto \sin\theta$$

$$\vec{dB} \propto \frac{1}{r^2}$$

- 비오-사바르 법칙

- 매우 긴 전류선로의 주변에 생성되는 자기장 밀도와 관련하여 많은 시험을 통하여 유도된 수식

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

3. 자속밀도 $\vec{B}$ 그리고 암페어법칙

$d\vec{l} \times \vec{r} = dl \sin\theta$ 이 되며 자속밀도 $\vec{B}$ 의 방향은 방위각(azimutal)인 $\hat{\phi}$ 방향

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\theta}{r^2} d\hat{\phi}$$

$\frac{L}{R} = \tan\alpha$, $dl = R \sec^2\alpha d\alpha$, $r = R \sec\alpha$ ($\cos\alpha = R/r$), $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ 를 적분식

에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I (R \sec^2\alpha d\alpha) \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{(R \sec\alpha)^2} \hat{\phi}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I \cos\alpha}{R} d\alpha \hat{\phi}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int \cos\alpha d\alpha \hat{\phi}$$

무한 선전류인 경우에는 주어진 식의 적분구간이 $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ 에서 $\alpha = \frac{\pi}{2}$

적분구간에 대하여 수식을 적분하면 다음과 같다.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\alpha d\alpha \hat{\phi}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R} \hat{\phi}$$

3. 자속밀도 $\vec{B}$ 그리고 암페어법칙

- 암페어의 법칙

- 임의의 폐곡선에 대한 자계의 선적분은 이 폐곡선 곡면 내부를 통과하는 전류에 μ_0 를 곱한 값이다.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I, \quad B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\begin{aligned} \oint B dl &= \mu_0 I \\ B(2\pi R) &= \mu_0 I \\ \therefore B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{aligned}$$

[지구 자기]

- 자기장이 오른나사방향으로 발생한다는 것은 자침의 북극이 반시계방향으로 정렬한다는 것을 의미

3. 자속밀도 $\vec{B}$ 그리고 암페어법칙

보조방정식 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ 을 적용하면 다음과 같다.

참조 : 5절 보조방정식

$$\oint_s \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

암페어 주회법칙은 회전정리를 통하여 적분형에서 미분형으로 표현하게 되는데 관련 수식을 정리하면 다음과 같다. 먼저 회전정리는 정의식은 다음과 같다.

$$\text{curl } \vec{H} = \nabla \times \vec{H} = \lim_{ds \rightarrow 0} \frac{\oint_s \vec{H} \cdot d\vec{l}}{ds}$$

회전은 미소 폐경로에서의 벡터 $\vec{H}$ 의 내적적분을 폐경로로 이루어진 면적으로 나누는 것을 의미한다. 암페어 주회법칙에 회전정리를 적용하면 정리하면 다음과 같은 맥스웰 방정식이 유도된다.

$$\nabla \times \vec{H} = \lim_{ds \rightarrow 0} \frac{\oint_s \vec{H} \cdot d\vec{l}}{ds} = \lim_{ds \rightarrow 0} \frac{I}{ds} = J \hat{n}$$

폐경로를 구성하는 미소면적의 크기가 0으로 접근하면 면적내부에 존재하는 전류 I 의 크기는 전류밀도 J 가 된다. 여기서 n 은 폐경로에 의하여 만들어지는 면의 법선방향을 의미한다.

4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation) – 정전자장 –

맥스웰 방정식은 당시에 전기 자기와 관련하여 제시되어져 있던 적분형 방정식들을 미분방정식으로 맥스웰이 정리한 것이다.

전기장과 관련된 맥스웰 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\oint_{\mathcal{S}} \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q = \int_v \rho dv \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1)$$

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \nabla \times \vec{E} = 0 \quad (2)$$

다음으로 자기장과 관련된 맥스웰 방정식을 정리하면 다음과 같습니다.

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{\mathcal{S}} \vec{J} \cdot d\vec{s} = I \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (3)$$

$$\oint_{\mathcal{S}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (4)$$

4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation) – 정전자장 –

➔ 식 (1)의 설명

가우스(Gauss 법칙)의 법칙을 수식으로 표현한 것으로 “어떤 임의의 폐곡면을 통과하는 전속은 이 폐곡면 내부에 존재하는 전체 전하량과 같다.”는 것을 의미한다. 가우스의 법칙과 발산정리를 이용하면 다음과 같은 전기장에 대한 맥스웰 방정식을 유도할 수 있다.

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

$$\int_v (\nabla \cdot \vec{D}) dv = \int_v \rho dv$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

➔ 식 (2)의 설명

전기장의 내부에서 단위 전하를 임의의 폐경로를 따라 이동하였을 때 소비하는 일의 양은 0이 된다는 것을 수식으로 표현한 것이다.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation) – 정전자장 –

→ 식 (3)의 설명

암페어(Ampere)의 주회법칙은 “임의의 폐경로 위에서 자기장의 세기 벡터 $\vec{H}$ 에 대한 선적분은 폐경로 내부를 통과하는 전류의 크기와 같다.”는 법칙으로 아래의 수식으로 표현된다.

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

폐경로가 x-y평면에 평행하게 놓일 경우, z방향의 전류밀도의 크기는 다음과 같이 계산된다.

$$\lim_{dx, dy \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{dxdy} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z$$

폐경로가 y-z평면에 평행하게 놓일 경우, x방향의 전류밀도의 크기는 다음과 같이 계산된다.

$$\lim_{dy, dz \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{dydz} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = J_x$$

폐경로가 z-x평면에 평행하게 놓일 경우, y방향의 전류밀도의 크기는 다음과 같이 계산된다.

$$\lim_{dz, dx \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}}{dzdx} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y$$
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} = J_x \hat{x} + J_y \hat{y} + J_z \hat{z}$$

4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation) – 정전자장 –

→ 식 (4)의 설명

자기장에 대한 가우스(Gauss)의 법칙으로 자속선은 항상 폐경로를 형성하면서 존재한다는 것을 의미한다. 즉, 점전하와 같은 형태의 독립된 자하가 존재하지 않는다는 것을 수식으로 표현한 것이다.

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

빨강색으로 가우스 표면을 구성하면
내부에서 발생하는 순-자기선속이 없음을 의미

4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation) – 시변전기장 –

전류연속방정식(체적 v 를 통과하는 전류는 체적내의 전하량 감소분과 같다.)을 적용하면 다음과 같은 수식이 유도된다.

$$\oint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$\int_v (\nabla \cdot \vec{J}) dv = -\frac{d}{dt} \int \rho dv$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

암페어 주회법칙은 다음과 같다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

벡터항등식($\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) \equiv 0$)에 전류연속방정식을 적용하면 다음과 같이 등호가 성립하지 않음을 알 수 있다.

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) \equiv 0 \neq \nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation) – 시변전기장 –

수식을 만족시키기 위하여 임의의 벡터 $\vec{G}$ 를 도입하고 정리하면 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot (\vec{J} + \vec{G})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot \vec{J} + \nabla \cdot \vec{G}$$

벡터항등식($\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) \equiv 0$)을 적용하면 다음 조건을 만족하여야 한다.

$$\nabla \cdot \vec{G} = -\nabla \cdot \vec{J} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \vec{D})$$

임의의 벡터 $\vec{G}$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\vec{G} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

* 맥스웰이 정리하고
전기장의 변화가 자기
장을 생성하는 것을
보고 전자파를 예측

시변 전기장 대한 맥스웰 방정식은 다음과 같이 수정된다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad : \text{여기서 } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \text{를 변위전류}$$

4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation) – 시변자기장 –

시변-자기장의 경우는 패러데이(Faraday)의 실험법칙에서 출발

$$emf = - \frac{d\phi}{dt}$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\int_s (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\int_s (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{s} = - \int_s \left(\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \right) \cdot d\vec{s}$$

〈패러데이의 실험〉

시변-자기장의 경우, 맥스웰 방정식은 다음과 같이 수정된다.

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

4. 맥스웰방정식(Maxwell Equation) – 시변전자장 –

전기장과 관련된 맥스웰 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q = \int_v \rho dv \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

다음으로 자기장과 관련된 맥스웰 방정식을 정리하면 다음과 같습니다.

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = I \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

5. 보조방정식 - 전기장 -

전기 변위장 (Electric displacement field) $\vec{D}$

진공이 아닌 유전체 매질에서 전압이 인가되면 분극현상이 일어난다. 즉, 유전체 매질에 전기장 벡터 $\vec{E}$ 가 인가되는 경우 매질 내부에서는 국부적인 전기 쌍극자 모멘트(a local electric dipole moment)에 의하여 분극 전류 벡터 $\vec{P}$ 가 발생한다. 이러한 분극밀도 벡터 $\vec{P}$ 가 발생하는 경우 총 전류 밀도 $\vec{J}_T$ 는 다음과 같은 성분으로 구성된다.

$$\vec{J}_T = \vec{J}_c + \vec{J}_p$$

여기서 $\vec{J}_c = \rho\vec{v}$ 는 도전 전류(Conduction current)로서 전자의 흐름에 의한 전류를 의미하고,

$\vec{J}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ 는 분극 전류(Polarization current)로서 전기쌍극자 분극에 의한 전류를 나타낸다.

위에서 설명하게 될 맥스웰 방정식의 결과식을 이용하여 정리하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_T + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

주어진 식에 전류밀도 $\vec{J}_T$ 를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_c + \vec{J}_p + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_c + \frac{\partial}{\partial t} (\vec{P} + \epsilon_0 \vec{E})$$

수식을 간단하게 하기 위하여 맥스웰은 다음과 같은 벡터 $\vec{D}$ 를 정의하였다.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

*** 맥스웰이 정리**

$\vec{P} = 0$ 인 공간에서, $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$

5. 보조방정식 - 자기장 -

자기장 세기(magnetic field intensity) $\vec{H}$

자기장 $\vec{B}$ 가 매질의 내부에 인가될 때, 매질 내부에서 매질의 자기장에 대하여 회전 반응하면서 자화 벡터 $\vec{M}$ 이 발생하게 된다. 이는 자화전류 $\vec{J}_m$ 에 의하여 발생하는데 이들의 관계식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \vec{M} = \vec{J}_m$$

자기장을 구성하는 전류밀도는 다음과 같이 구성된다.

$$\vec{J}_T = \vec{J}_c + \vec{J}_m$$

$\vec{J}_c = \rho \vec{v}$ 는 전자의 흐름에 의한 도전전류(conduction current)를 나타내며,

$\vec{J}_m = \nabla \times \vec{M}$ 는 매질의 자화에 의한 자화전류(magnetization current)를 나타낸다.

위에서 설명하게 될 맥스웰 방정식의 결과 식을 쓰면 다음과 같다.

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_T + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

전류밀도 $\vec{J}_T$ 를 대입하여 정리하면

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_c + \vec{J}_m + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J}_c + \nabla \times \vec{M} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

*** 맥스웰이 정리**

$$\vec{M} = \mathbf{0} \text{인 공간에서, } \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

위와 같은 자기장의 수식에서 맥스웰은 아래와 같은 새로운 벡터 $\vec{H}$ 를 정의하였다.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식

(1) 전압(電壓, Voltage) 혹은 전위차(potential difference)

- 전기장 안의 두 점 사이의 전압의 차이를 전위차, 전압이라고 함
- 전하는 전위가 높은 곳에서 낮은 곳으로 이동한다. 전압이 클수록(전위차가 클수록) 더 많은 전기에너지를 갖고 있다.
- 전압 또는 전위차는 한 점에서 다른 점으로 단위 $+1[C]$ 전하를 옮기는 데 필요한 일과 같다.

$$V_{AB} = V_A - V_B = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

<http://blog.naver.com/toshizo/220661915850>

6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식

(2) 기전력(起電力, EMF electric motive force)과 전원(電源)

- 기전력은 양 전하와 음 전하로 전하를 분리하는 힘으로, 기전력은 전자를 전기회로 내에서 이동시켜 전류가 흐르도록 한다. 따라서 전기회로에서 전류는 기전력이 존재할 때만 흐른다.
- 축전지나 발전기는 에너지를 소비하면서 전하를 분리시키는 작용을 계속한다. 따라서 계속적으로 (-)극에서는 전자가 과잉되고 (+)극에서는 전자가 부족하게 되어 계속적으로 전압이 발생하게 된다.
- 전압의 단위는 볼트라고 하며 기호로는 V를 쓴다. 이는 이탈리아의 학자인 볼타(1745~1827)의 이름에서 유래가 된 것이다.
- 1V는 1C(쿨롱)의 전하가 두 점 사이에서 이동하였을 때에 하는 일이 1J(줄)일 때의 전위차를 의미한다.

6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식

(3) 전류(Electric current, 電流)의 정의 및 단위

- 전압이 높은 곳에서 낮은 곳으로 전하가 연속적으로 이동하는 현상으로 “전기가 전선을 통해 흐른다.”라고 표현한다.

- 전류의 크기를 나타내는 단위는 암페어이며 기호로는 A를 쓴다. 전류와 자계의 관계를 수식으로 나타낸 프랑스의 과학자인 앙페르(André-Marie Ampère 1775~1836)의 이름에서 유래

- 전류는 일정 시간 동안 흐른 전하량의 비율로 정의된다.($Q=it$) 즉, 도선에 1A의 전류가 1초 동안 흐를 때 도선의 단면을 지나간 전하의 양을 1C으로 정의한다.

- 전자의 전하량 : $(-1.6 \times 10^{-19} \text{C})$

- 쿨롱(C)은 프랑스 물리학자 샤를 드 쿨롱(1736 - 1806)의 이름에서 유래

6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식 – Resistor –

전자기 법칙 중의 하나인 옴의 법칙 (Ohm's law)의 다음과 같다.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

여기서, $\vec{J}$ 는 전류밀도, σ 는 전도도, $\vec{E}$ 는 전기장의 세기를 나타낸다.

전압(전위차)의 정의식 $V = \vec{E} * l$ 에 전류밀도 정의식 $J = \frac{I}{S}$ 그리고 옴의 법칙을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$V = \vec{E} * l$$

$$V = \frac{\vec{J}}{\sigma} * l$$

$$V = \frac{1}{\sigma} * \frac{I}{S} * l$$

$$V = \frac{l}{\sigma * S} * I$$

변수 R (=Resistance)를 도입하고 다음과 같이 정의한다.

$$R = \frac{l}{\sigma S}$$

변수 R 을 이용하여 주어진 식을 정리하면 다음과 같다.

$$V = RI$$

6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식 - Capacitor -

$$V_{AB} = V_A - V_B = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V = \vec{E} * l$$

$$V = \frac{\vec{D}}{\epsilon} * l$$

$$V = \frac{1}{\epsilon} * \frac{Q}{S} * l$$

$$Q = \epsilon \frac{S}{l} * V$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

상기 식의 변형을 위하여 변수 C (capacitance)를 도입하고 다음과 같이 정의한다.

$$C = \frac{\epsilon S}{l}$$

커패시터에 축적되는 전하량의 식 $Q = C * V$ 와 전류의 정의식 $I = \frac{dQ}{dt}$ 를 적용하면 다음과
은 식이 유도된다.

$$I = C \frac{dV}{dt}$$

6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식 - Inductor -

- 이상적인 솔레노이드

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot l = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l}$$

권선수 N

$$\begin{aligned} \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \int_a^b \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{H} \cdot d\vec{l} \\ \vec{H} &= 0(\text{외부}) \quad \theta = 90 \quad \theta = 90 \\ &= \int_c^d \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_c^d H dl = Hl \end{aligned}$$

- 솔레노이드 외부 자기장이 '0'이 된다는 것은 “전류가 흐르면 페루프 자기장이 발생한다”는 정의에 위배

6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식 – Inductor –

$$\Psi = N^* \vec{B}^* S$$

여기서, N 권선수, $\vec{B}$ 자속밀도, S 솔레노이드 단면적을 의미한다. 자속밀도를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\Psi = N^* (\mu \cdot \frac{NI}{l})^* S$$

$$\Psi = (\mu \cdot \frac{N^2}{l} S)^* I$$

상기 식을 간단히 하고자 변수 L (inductance)를 아래와 같이 정의한다.

$$L = \mu \frac{N^2 S}{l}$$

주어진 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\Psi = LI$$

위의 식을 아래의 패라데이의 법칙(Faraday's law)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$v(t) = \frac{d}{dt} \Psi(t)$$

$$v(t) = \frac{d}{dt} Li(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

6. R, L, C 정의 및 전압전류 관계식 - 총괄 -

용어정의	레지스턴스 Resistance	커패시턴스 Capacitance	인덕턴스 Inductance
정의식	$R = \frac{l}{\sigma S}$	평행판 $C = \frac{\epsilon S}{l}$	솔레노이드 $L = \mu \frac{N^2 S}{l}$
기호
전압관계식	$v(t) = R * i(t)$	$v(t) = \frac{1}{c} \int i(t) dt$	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
전류관계식	$i(t) = \frac{1}{R} v(t)$	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$	$i(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt$
소자명	레지스터(Resistor)	커패시터(Capacitor)	인덕터(Inductor)
외관

- 전자기학은 R, L, C에 대한 정의 그리고 전압과 전류에 대한 관계식을 정립하였고, 회로이론은 이 식을 다양하게 활용하는 것이다.

7. OP-Amp를 이용한 인덕턴스 회로 - Gyrator -

- 인덕턴스의 정확한 값을 구현하기가 어려워 현재는 연산증폭기를 활용

Figure 8-1 — Basic Op-amp Circuit

Inside the 741 Op-Amp